

APPENDIX

Values of  $q'_n(0)$  and  $q'_{in}(0)$  (when  $\sigma = 1, \gamma = 1.4$ )

$l$	$n$	$T_w/T_s = 0.2$	0.2	0.2	0.2	0.2	2	2	2
		$m_1 = 0$	0.5	0	0.5	-	0	0.5	-
		$\beta = 0$	0	0.5	0.5	1	0.5	0.5	1
	0	-0.4757	-0.6865	-0.4823	-0.6099	-0.4789	-0.6678	-0.8126	-0.7371
	1	-0.1194	-0.0430	-0.1267	-0.0773	-0.9928	0.0227	0.0061	-0.0012
	2	-0.0156	0.0009	0.0309	0.0173	0.0169	0.0059	-0.0068	0.0050
	3	-0.0097	0.0005	-0.0088	-0.0051	-0.0038	0.0019	0.0013	0.0008
1	0	0.1338	-0.5714	-0.3201	-0.6052	-0.2391	-0.7378	-1.0356	1.6974
1	1	-0.5137	0.0083	-0.3364	-0.1223	-0.2756	0.1142	0.2296	0.1126
1	2	0.1142	-0.0187	0.1503	0.0749	0.0924	-0.0548	-0.0573	-0.0299
1	3	-0.0084	0.0056	-0.0543	0.0309	-0.0253	0.0144	0.0096	0.0050
2	0	0	0	0.0552	0.0523	0.0713	0.0354	0.0323	0.0422
2	1	0	0	-0.0602	-0.0445	-0.0611	-0.0259	-0.0180	-0.0237
2	2	0	0	0.0333	0.0214	0.0368	0.0096	0.0057	0.0103
2	3	0	0	-0.0129	-0.0076	-0.0197	-0.0025	-0.0013	-0.0043

Values of  $P'_n(0)$  and  $P'_{in}(0)$  (when  $\sigma = 1, \gamma = 1.4$ )

	0		0.3933	0.3447	0.6613	0.3134	0.2734	0.5061
	1		-0.1141	-0.0814	-0.1037	-0.0498	-0.0340	-0.0347
	2		0.0395	0.0252	0.0237	0.0093	0.0057	0.0027
	3		-0.0125	-0.0074	-0.0058	-0.0016	-0.0009	-0.0002
1	0		1.3556	1.1957	2.2354	1.0613	0.9337	1.6974
1	1		-0.6262	-0.4507	-0.5345	-0.2787	-0.1987	-0.1976
1	2		0.2798	0.1842	0.1471	0.0706	0.0436	0.0230
1	3		-0.1056	-0.0644	-0.0396	-0.0154	-0.0087	-0.0024
2	0		-0.0015	-0.0012	-0.0022	-0.0005	-0.0004	-0.0004
2	1		0.0012	0.0010	-0.0000	-0.0002	0.0002	-0.0002
2	2		-0.0007	-0.0005	0.0006	-0.0001	-0.0001	0.0002
2	3		0.0003	0.0002	-0.0005	-0.0000	0.0000	-0.0001

## Séchage d'un milieu poreux contenant une faible teneur en eau

S. BEN NASRALLAH et G. ARNAUD

Laboratoire d'Etudes des Systèmes Thermiques et Energétiques (UA 1098),  
40, Avenue du Recteur Pineau, 86022—Poitiers Cédex, France

(Reçu le 11 Novembre 1985)

### I. INTRODUCTION

LE SÉCHAGE est une opération rencontrée dans de nombreux secteurs industriels (industrie agroalimentaire, industrie du bâtiment, traitement du bois etc.). Une meilleure compréhension des phénomènes physiques intervenant dans cette opération peut permettre d'améliorer et d'optimiser les techniques du séchage. A ce titre, l'étude des transferts de chaleur et de masse lors du séchage des milieux poreux attire, depuis plusieurs décennies, l'attention de nombreux auteurs et fait l'objet de travaux aussi bien théoriques qu'expérimentaux. Citons les travaux de Whitaker [1-3] et de Marle [4] qui ont notamment pour objet la formulation mathématique du problème, de Bories *et al.* [5], de Moyne *et al.* [6] concernant la séchage à haute température, celui de Basilico *et al.* [7] pour le séchage du bois, de Haramaty [8], de Huang *et al.* [9, 10]. ... On retrouvera une bibliographie plus complète dans la Réf. [1].

Notre contribution consiste en l'étude théorique des trans-

ferts unidimensionnels de chaleur et de masse lors du séchage d'un milieu poreux contenant de l'eau en quantité faible (à l'état pendulaire). La matrice solide est inerte et indéformable. La phase gazeuse est constituée d'air et de vapeur d'eau. Le milieu poreux (Fig. 1) est adiabatique et imperméable sur une face, l'autre face étant perméable et en contact d'un écoulement d'air de température et d'humidité fixées.

Le problème est formulé en s'inspirant de la théorie de Whitaker [1]. La résolution numérique du modèle mathé-

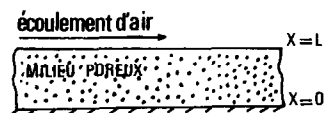


FIG. 1

## NOMENCLATURE

$C_{ps}, C_{pl}, C_{pv}, C_{pv}$	capacités calorifiques du solide, du liquide, de la vapeur et de l'air	$\bar{v}_a, \bar{v}_v, \bar{v}_g$	vitesses moyennes de l'air, de la vapeur et du mélange gazeux
$D$	coefficient de diffusion de la vapeur dans l'air	$x$	abscisse.
$D_{\text{eff}}$	coefficient de diffusion effectif de la vapeur dans le milieu poreux	Greek symbols	
$h$	coefficient de transfert de chaleur	$\alpha$	coefficient de transfert de masse
$K, K_g$	perméabilité intrinsèque du milieu poreux et relative du gaz	$\varepsilon$	porosité
$L$	épaisseur du milieu poreux	$\varepsilon_1$	fraction du volume élémentaire représentatif occupée par le liquide
$m$	masse d'eau évaporée par unité de temps et de volume du milieu poreux	$\Delta h_{\text{vap}}$	chaleur latente de vaporisation
$M_a, M_v$	masses molaires de l'air et de la vapeur	$\lambda_g, \lambda_l, \lambda_s$	conductivités thermiques du mélange gazeux, du liquide et du solide
$P_a, P_v$	pressions partielles moyennes de l'air et de la vapeur	$\lambda_{\text{eff}}$	conductivité thermique effective du milieu poreux
$Pr$	nombre de Prandtl du mélange gazeux	$\mu_g$	viscosité du mélange gazeux
$R$	constante des gaz parfaits	$\bar{\rho}_v, \bar{\rho}_a, \bar{\rho}_l, \bar{\rho}_s$	masses volumiques moyennes de la vapeur, de l'air sec, du liquide et du solide
$S$	saturation en eau	$\tau$	tension superficielle
$S_c$	nombre de Schmidt du mélange gazeux	$\omega$	volume élémentaire représentatif.
$\bar{T}$	température moyenne		
$T_\infty$	température ambiante		

matique met en évidence l'existence d'un phénomène de condensation interne qui peut devenir important dans certaines conditions. Ce phénomène qui est défavorable au séchage n'a été mis en évidence que pour des conditions aux limites différentes des nôtres [5]. Des résultats concernant les transport convectifs sont ensuite présentés et montrent que dans le cas du séchage du milieu poreux considéré (à la pression atmosphérique et à des températures allant jusqu'à 90°C) on obtient de très bonnes approximations des solutions en négligeant la vitesse de l'air sec et les termes de convection thermique.

## II. FORMULATION DU PROBLEME

La modélisation théorique des transferts de chaleur et de masse dans les milieux poreux est souvent faite en utilisant un changement d'échelle. On passe de l'échelle microscopique où la taille du volume élémentaire  $\omega$  est petite devant celle des pores, à l'échelle macroscopique où la taille du volume élémentaire est grande par rapport à celle des pores. Les grandeurs macroscopiques sont les moyennes sur le volume élémentaire des grandeurs microscopiques. Soit  $f$  une grandeur microscopique fonction du temps et du point. Sa moyenne s'écrit :

$$\bar{f} = \int_{\omega} f d\omega / \omega.$$

On définit également une moyenne intrinsèque sur la phase  $i$ :

$$\bar{f}^i = \int_{\omega} f_i d\omega / \omega^i;$$

$\omega^i$  est le volume occupé dans  $\omega$  par la phase  $i$ .

Les équations donnant les grandeurs macroscopiques s'obtiennent en faisant la moyenne sur  $\omega$  des équations microscopiques. Les équations de bilan microscopiques retenues sont celles utilisées par Whitaker [1]. Elles se déduisent des équations de bilan dans les phases et aux interfaces de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie en faisant les hypothèses suivantes :

—Les effets croisés de Duffour et de Soret sont négligeables. Cette hypothèse est vérifiée dans la plupart des applications habituelles.

—L'effet Knudsen est négligé. Ce qui est le cas pour des rayons moyens des pores grands par rapport au libre parcours moyen des molécules.

—Les termes d'inertie, les dissipations visqueuses et les travaux de compression sont négligeables. Les deux premières hypothèses sont satisfaites pour le séchage puisque les écoulements sont très lents. La dernière hypothèse peut ne pas être valable pour des milieux microporeux où la tension superficielle cause des variations importantes de la pression.

La prise de la moyenne sur les équations microscopiques résultantes fait apparaître [1] des termes de dispersion, de tortuosité et d'échange entre les phases. Ces termes qui contiennent des grandeurs microscopiques sont inaccessibles et rendent ouvert le système d'équations. La fermeture du système est alors obtenue [1] en faisant les hypothèses supplémentaires suivantes :

—Il y a équilibre thermodynamique local : localement les températures moyennes de chacune des phases sont identiques et la pression partielle de la vapeur est égale à sa pression d'équilibre. Cette hypothèse a été minutieusement étudiée par Whitaker [3] qui montre que celle-ci est valable lorsque le diamètre moyen des pores est petit et lorsque l'évolution des grandeurs macroscopiques est lente.

—Les termes de dispersion et de tortuosité peuvent être modélisés comme étant des termes de diffusion.

Compte tenu de ces hypothèses les équations macroscopiques résultantes sont :

## II.1. La loi de Darcy généralisée

Cette loi est une généralisation naturelle de la loi de Darcy en introduisant des perméabilités relatives. Elle s'écrit pour la phase gazeuse en négligeant l'effet de la gravité :

$$\bar{V}_g = - \frac{KK_g}{\mu_g} \frac{\partial}{\partial x} (\bar{P}_g).$$

La perméabilité relative  $K_g$  est supposée fonction uniquement de la saturation en liquide ( $S = \varepsilon_l/\varepsilon$ ). Son expression retenue ici [11] est :

$$K_g = 1 - 1,1S \quad \text{pour} \quad S < \frac{1}{1,1}.$$

La phase liquide est discontinue et supposée immobile compte tenu de sa faible teneur.

II.2. Les équations de conservation de masse

Pour le liquide l'équation de conservation de masse s'écrit en supposant  $\bar{\rho}_l = \rho_l = \text{cste}$  :

$$\frac{\partial \varepsilon_l}{\partial t} = -m/\varepsilon_l.$$

L'équation de conservation de masse de la vapeur s'écrit :

$$\frac{\partial \bar{\rho}_v}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\bar{\rho}_v \bar{v}_v^g) = m$$

avec

$$\bar{\rho}_v \bar{v}_v^g = \bar{\rho}_v \bar{v}_v^g - \bar{\rho}_g^g D_{\text{eff}} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\bar{\rho}_v}{\bar{\rho}_g} \right).$$

$D_{\text{eff}}$  est le coefficient de diffusion effectif de la vapeur dans le milieu poreux. Il prend en compte les variations de la résistance à la diffusion de la vapeur due à la tortuosité des pores et aux effets de constriction. En supposant que le milieu poreux considéré est isotrope,  $D_{\text{eff}}$  s'écrit [12] :

$$D_{\text{eff}} = D \left( \frac{\varepsilon - \varepsilon_l}{\varepsilon^2} \right)^{10/3}.$$

L'équation de conservation de masse du mélange gazeux est :

$$\frac{\partial \bar{\rho}_g}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\bar{\rho}_g \bar{v}_g^g) = m.$$

II.3. L'équation de conservation de l'énergie

$$\frac{\partial}{\partial t}(\bar{\rho} C_p \bar{T}) + \frac{\partial}{\partial x} \left( \sum_{j=v,a} \bar{\rho}_j C_{pj} \bar{v}_j^g \bar{T} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda_{\text{eff}} \frac{\partial \bar{T}}{\partial x} \right) - \Delta h_{\text{vap}}^0 m$$

avec

$$\begin{aligned} \Delta h_{\text{vap}}^0 &= \Delta h_{\text{vap}} - (C_{pv} - C_{pl}) \bar{T} \\ \bar{\rho} C_p &= \bar{\rho}_s C_{ps} + \bar{\rho}_l C_{pl} + \bar{\rho}_v C_{pv} + \bar{\rho}_a C_{pa}. \end{aligned}$$

$\lambda_{\text{eff}}$  est la conductivité thermique effective donnée par la loi empirique proposée par Kingery [13] :

$$\lambda_{\text{eff}} = (\lambda_g^a \varepsilon_g + \lambda_l^a \varepsilon_l + \lambda_s^a \varepsilon_s)^{1/a}; \quad -1 < a < 1.$$

II.4. Relations thermodynamiques

Compte tenu de l'hypothèse d'équilibre thermodynamique local, la pression partielle de la vapeur est égale à la pression d'équilibre de celle-ci :

$$\bar{P}_v = \bar{P}_{vs} \exp \left( - \frac{2\sigma M_v}{r \rho_l R \bar{T}} \right).$$

$r$  est une grandeur caractéristique fonction de  $\varepsilon_l$  qui est déduite des courbes de sorption. Elle représente le rayon de courbure moyen des ménisques si les forces de rétention du liquide sont d'origine capillaire.

Le mélange gazeux est supposé être un mélange idéal de gaz parfaits :

$$\begin{aligned} \bar{P}_j &= \rho_j R \bar{T} / M_j; \quad j = a, v, \\ \bar{P}_g &= \sum_{j=a,v} \bar{P}_j; \quad \bar{\rho}_g = \sum_{j=a,v} \bar{\rho}_j. \end{aligned}$$

II.5. Conditions initiales

Initialement ( $t = 0$ ) la température, la pression du mélange gazeux et la teneur en liquide sont supposées constantes :

$$\bar{T} = T_0 = \text{cste}, \quad \bar{P}_g^0 = P_g^0 = \text{cste}, \quad \varepsilon_l = \varepsilon_0 = \text{cste}.$$

Les masses volumiques initiales de la vapeur et du mélange gazeux sont déterminées à partir des relations thermodynamiques.

II.6. Conditions aux limites

Sur la face imperméable ( $x = 0$ ) les flux de chaleur et de masse sont nuls :

$$\lambda_{\text{eff}} \frac{\partial \bar{T}}{\partial x} = 0; \quad \bar{\rho}_v \bar{v}_v^g = 0; \quad \bar{v}_g = 0.$$

Sur la face perméable ( $x = L$ ) on exprime la continuité des flux et on impose une pression du mélange gazeux constante :

$$\bar{\rho}_v \bar{v}_v^g = \alpha \left[ \frac{\bar{\rho}_v}{\bar{\rho}_g} - \left( \frac{\rho_v}{\rho_g} \right)_\infty \right]$$

$$\begin{aligned} \sum_{j=v,a} \bar{\rho}_j C_{pj} \bar{v}_j^g \bar{T} - \lambda_{\text{eff}} \frac{\partial \bar{T}}{\partial x} &= h(\bar{T} - T_\infty) \\ \bar{P}_g &= P_g^0 \end{aligned}$$

$\alpha$  et  $h$  sont les coefficients de transfert de masse et de chaleur qui sont supposés constants et vérifiant la relation suivante [14] :

$$\alpha = \frac{hD}{\lambda_g} \left( \frac{Sc}{Pr} \right)^{1/2}.$$

III. RESOLUTION NUMERIQUE

Le système d'équations présenté est résolu par une méthode implicite de différences finies utilisant l'approche décrite par Patankar [16]. Cette approche a l'avantage d'assurer la conservation des flux. Elle consiste à construire autour de chaque point du maillage (Fig. 2) un petit domaine (domaine de contrôle). Les différentes équations sont alors intégrées sur le pas de temps  $\Delta t$  et sur le domaine de contrôle. Les équations discrétisées sont obtenues en introduisant des profils des grandeurs entre les noeuds.

En supposant constants dans le domaine de contrôle, les termes d'accumulation et les termes sources, les équations de conservation deviennent après intégration et en adoptant un schéma implicite :

—Equation de conservation de masse du liquide :

$$(\varepsilon_l^{n+1} - \varepsilon_l^n) \Delta X = -m_i^{n+1} \frac{\Delta t \Delta X}{\rho_l}.$$

—Equation de conservation de masse du mélange gazeux :

$$(\bar{\rho}_g^{n+1} - \rho_g^n) \Delta X + [(\bar{\rho}_v \bar{v}_v^g)_{i+1/2}^{n+1} - (\bar{\rho}_g \bar{v}_g^g)_{i-1/2}^n] \Delta t = m_i^{n+1} \Delta t \Delta X.$$

—Equation de conservation de masse de la vapeur :

$$(\bar{\rho}_v^{n+1} - \bar{\rho}_v^n) \Delta X + [(\bar{\rho}_v \bar{v}_v^g)_{i+1/2}^{n+1} - (\bar{\rho}_v \bar{v}_v^g)_{i-1/2}^n] \Delta t = m_i^{n+1} \Delta t \Delta X.$$

—Equation de conservation de l'énergie

$$\begin{aligned} &[(\bar{\rho} C_p \bar{T})_i^{n+1} - (\bar{\rho} C_p \bar{T})_i^n] \Delta X \\ &+ \left[ \left( \sum_{j=v,a} \bar{\rho}_j C_{pj} \bar{v}_j^g \bar{T} \right)_{i+1/2}^{n+1} - \left( \sum_{j=v,a} \bar{\rho}_j C_{pj} \bar{v}_j^g \bar{T} \right)_{i-1/2}^n \right] \Delta t \\ &= \Delta t \left[ \left( \lambda_{\text{eff}} \frac{\partial \bar{T}}{\partial x} \right)_{i+1/2}^{n+1} - \left( \lambda_{\text{eff}} \frac{\partial \bar{T}}{\partial x} \right)_{i-1/2}^n \right] - \Delta h_{\text{vap}}^0 m_i^{n+1} \Delta t \Delta X. \end{aligned}$$

Sur les faces du milieu poreux, les équations discrétisées sont obtenues en intégrant sur la moitié du domaine de contrôle et en tenant compte des conditions aux limites.

Sur la face imperméable ( $i = 1$ ), les équations de con-

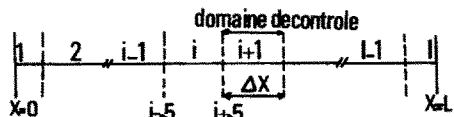


FIG. 2. Maillage adopté pour la résolution numérique.

servations deviennent donc :

$$\begin{aligned}
 (\varepsilon_{i1}^{n+1} - \varepsilon_{i1}^n) \frac{\Delta X}{2} &= -m_1^{n+1} \frac{\Delta t \Delta X}{2\rho_1} \\
 (\bar{\rho}_{v_1}^{n+1} - \bar{\rho}_{v_1}^n) \frac{\Delta X}{2} + (\bar{\rho}_v \bar{v}_g^g)_{3/2}^{n+1} \Delta t &= m_1^{n+1} \Delta t \frac{\Delta X}{2} \\
 (\bar{\rho}_{g_1}^{n+1} - \bar{\rho}_{g_1}^n) \frac{\Delta X}{2} + (\bar{\rho}_g \bar{v}_g^g)_{3/2}^{n+1} \Delta t &= m_1^{n+1} \Delta t \frac{\Delta X}{2} \\
 [(\bar{\rho} C_p \bar{T})_i^{n+1} - (\bar{\rho} C_p \bar{T})_i^n] \\
 \times \frac{\Delta X}{2} + \left( \sum_{j=v,a} \bar{\rho}_j C_{p_j} \bar{v}_j^g \bar{T} \right)_{3/2}^{n+1} \Delta t \\
 &= \left( \lambda_{\text{eff}} \frac{\partial \bar{T}}{\partial X} \right)_{3/2}^{n+1} \Delta t - \Delta h_{\text{vap}}^0 m_1^{n+1} \Delta t \frac{\Delta X}{2}.
 \end{aligned}$$

Sur la face perméable ( $i = 1$ ), on a :

$$\begin{aligned}
 (\varepsilon_{i1}^{n+1} - \varepsilon_{i1}^n) \frac{\Delta X}{2} &= -m_1^{n+1} \Delta t \frac{\Delta X}{2\rho_1} \\
 (\bar{P}_g)_i^{n+1} &= P_0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (\bar{\rho}_{v_1}^{n+1} - \bar{\rho}_{v_1}^n) \frac{\Delta X}{2} - (\bar{\rho}_v \bar{v}_g^g)_{1-1/2}^{n+1} \Delta t \\
 = m_1^{n+1} \Delta t \frac{\Delta X}{2} - \Delta t \alpha \left[ \left( \frac{\bar{\rho}_v}{\bar{\rho}_g} \right)^{n+1} - \left( \frac{\rho_v}{\rho_g} \right)_\infty \right]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 [(\bar{\rho} C_p \bar{T})_i^{n+1} - (\bar{\rho} C_p \bar{T})_i^n] \frac{\Delta X}{2} - \left( \sum_{j=v,a} \bar{\rho}_j C_{p_j} \bar{v}_j^g \bar{T} \right)_{1-1/2}^{n+1} \Delta t \\
 = -\Delta t \left( \lambda_{\text{eff}} \frac{\partial \bar{T}}{\partial X} \right)_{1-1/2}^{n+1} - \Delta h_{\text{vap}}^0 m_1^{n+1} \Delta t \frac{\Delta X}{2} - \Delta t h (\bar{T}_1^{n+1} - T_\infty).
 \end{aligned}$$

Afin d'assurer la stabilité du modèle numérique, les termes convectifs sont discrétisés en utilisant un schéma Upwind qui consiste à donner aux grandeurs convectées leurs valeurs en amont. Par exemple  $(\bar{\rho}_v \bar{v}_g^g)_{i+1/2}^{n+1}$  s'écrit :

$$\begin{aligned}
 (\bar{\rho}_v \bar{v}_g^g)_{i+1/2}^{n+1} &= (\bar{\rho}_v)_i^{n+1} (\bar{v}_g^g)_{i+1/2}^{n+1} \quad \text{si } \bar{v}_g^g > 0 \\
 (\bar{\rho}_v \bar{v}_g^g)_{i+1/2}^{n+1} &= (\bar{\rho}_v)_{i+1}^{n+1} (\bar{v}_g^g)_{i+1/2}^{n+1} \quad \text{si } \bar{v}_g^g < 0.
 \end{aligned}$$

Les paramètres de transport

$$\left( \lambda_{\text{eff}}, \rho_g^g, D_{\text{eff}}, \frac{K_g K}{\mu_g \varepsilon_g} \right)$$

sont évalués sur les faces des domaines de contrôle en supposant leurs variations linéaires entre deux noeuds voisins. Les dérivées premières en espace évaluées sur les faces des domaines de contrôle sont discrétisées ainsi :

$$\left( \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)_{i+1/2}^{n+1} = (\Phi_{i+1}^{n+1} - \Phi_i^{n+1}) / \Delta X.$$

Compte tenu du caractère non linéaire des équations, une méthode itérative de Newton est utilisée. Pendant le calcul itératif,  $\varepsilon_i$  prend parfois des valeurs négatives ce qui entraîne la divergence des calculs. Afin d'éviter ce problème, le terme source dans l'équation de conservation de masse du liquide est linéarisé ainsi

$$-\frac{m}{\rho_1} = \left| -\frac{m}{\rho_1} \right| - \left[ \text{Sup} \left( \frac{2m}{\rho_1 \varepsilon_1}, 0 \right) \right] \varepsilon_1.$$

IV. RESULTATS

Nous présentons des résultats dans le cas du séchage de la brique dont les caractéristiques physiques sont déduites de

la référence [8]. Les valeurs numériques retenues sont :

$$\begin{aligned}
 \varepsilon &= 0,26; \quad K = 2,5 \cdot 10^{-14} \text{ m}^2; \quad \rho_s = 2600 \text{ kg}; \\
 C_{p_s} &= 879 \text{ (kg K)}^{-1}; \quad \lambda_s = 1,442 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}; \quad n = 0,25; \\
 T_\infty &= 86,85^\circ\text{C}; \quad \left( \frac{\rho_v}{\rho_g} \right)_\infty = 5,1 \times 10^{-3}; \quad P_g^0 = 1 \text{ atm}, \\
 h &= 15 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}.
 \end{aligned}$$

IV.1.

La Fig. 3 montre la croissance de  $\bar{T}$  avec l'abscisse et avec le temps. Pour  $t$  assez grand  $\bar{T}$  tend vers  $T_\infty$  partout dans le milieu poreux qui atteint alors l'équilibre thermique avec son environnement.

La pression du mélange gazeux (Fig. 4) croît tout d'abord avec le temps et admet un maximum qui se déplace vers la face imperméable. Ceci indique la possibilité d'un transport convectif de l'humidité vers l'intérieur du milieu poreux. A partir d'un instant donné, le maximum de la pression se trouve sur la face perméable et la vitesse du mélange gazeux devient positive dans tout le milieu poreux. La pression décroît ensuite sous l'effet de l'hygroscopicité pour tendre en fin du séchage vers la pression ambiante.

Sur la Fig. 5, on remarque, en début du séchage, l'existence d'une zone d'évaporation et une autre de condensation. Dans cette dernière qui se rétrécit avec le temps, la vapeur venant d'une région plus froide sous l'effet des gradients de la pression totale du mélange gazeux et de la concentration en vapeur, rencontre une région plus froide et se condense. Remarquons que la quantité d'eau condensée augmente (Fig. 6) lorsque le gradient thermique dans le milieu poreux devient fort (milieu poreux peu conducteur de chaleur et écart important entre température initiale et ambiante).

Ce phénomène de condensation interne, mis en évidence par Bories *et al.* [5] lorsque la face imperméable est maintenue à une température plus basse que celle de l'autre, n'a jamais à notre connaissance été observé pour des problèmes analogues aux nôtres. A partir d'un instant donné (Fig. 5), il y a évaporation partout dans le milieu poreux et la teneur en liquide décroît pour tendre en fin du séchage vers une teneur d'équilibre.

Le taux de changement de phase (Fig. 7) varie beaucoup dans la région de fort gradient de teneur en liquide. Il admet un maximum qui se déplace vers la face imperméable en

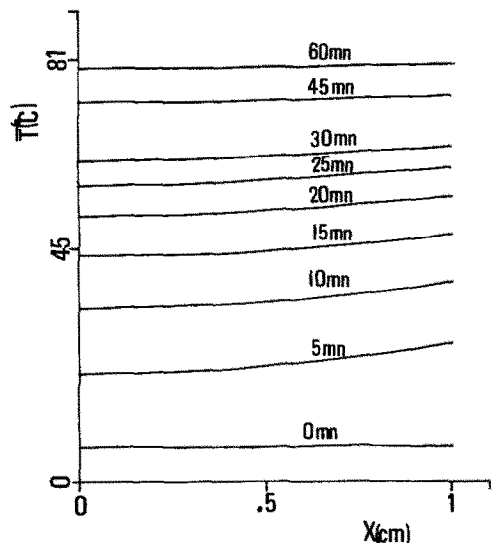


FIG. 3. Profil de la température en fonction de l'abscisse et du temps.

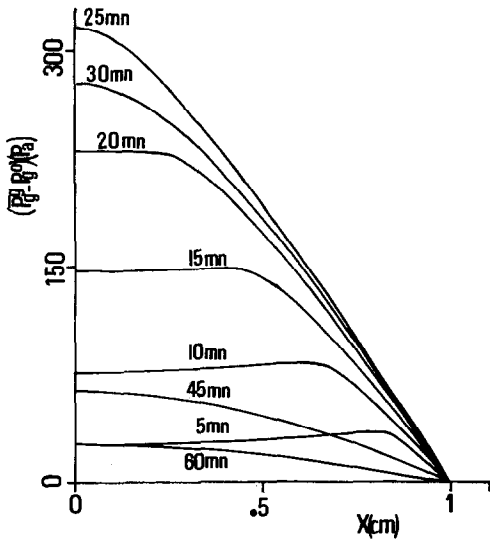


FIG. 4. Profil de la pression en fonction de l'abscisse et du temps.

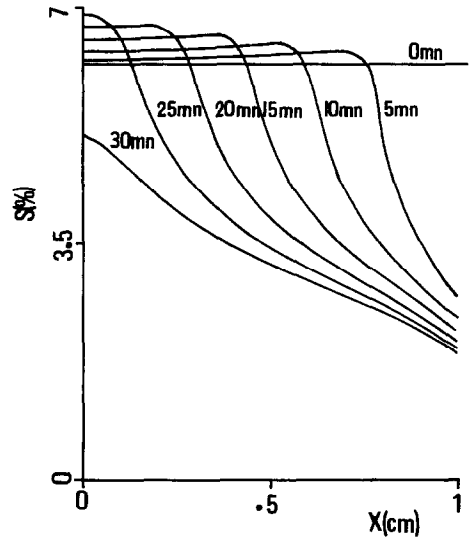


FIG. 6. Profil de la saturation en eau en fonction de l'abscisse et du temps pour  $\lambda_s = 0,446 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$ .

diminuant. Sur la face imperméable, ce maximum croît dans un premier temps puis décroît pour s'annuler en fin du séchage.

IV.2. Remarques sur l'influence des termes convectifs

Nous présentons des résultats concernant l'influence des transports convectifs lors du séchage du milieu poreux considéré à la pression atmosphérique et à des températures inférieures à 90°C. Au début et à la fin du séchage, le flux de chaleur par convection est négligeable par rapport au flux conductif (Fig. 8). Il peut atteindre 10% du flux conductif dans la période du séchage où la pression du mélange gazeux est relativement importante. Toutefois, nous avons constaté que le fait de négliger les transports convectifs de la chaleur introduit une erreur relative faible (< 1%).

Le flux convectif de la vapeur est aussi négligeable au début et à la fin du séchage par rapport au flux diffusif (Fig. 9). Il peut atteindre 13% du flux diffusif dans la période du séchage où la pression du mélange gazeux est relativement importante.

En supposant que la pression du mélange gazeux est constante et le transport de chaleur par diffusion gazeuse négligeable, le système d'équations se simplifie et devient :

$$\frac{\partial e_i}{\partial t} = -m/\rho_i$$

$$\frac{\partial \bar{\rho}_v}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\bar{\rho}_v \bar{v}_v^s) = m$$

$$\bar{\rho}_v \bar{v}_v^s = \bar{\rho}_v^s D_{\text{eff}} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\bar{\rho}_v}{\bar{\rho}_g} \right)$$

$$\frac{\partial (\bar{\rho} C_p \bar{T})}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda_{\text{eff}} \frac{\partial \bar{T}}{\partial x} \right) - \Delta h_{\text{vap}}^0 m$$

$$\bar{P}_v = \bar{P}_{vs} \exp \left( - \frac{2\sigma M_v}{r \rho_l R \bar{T}} \right)$$

$$\bar{\rho}_v = \frac{\bar{P}_v M_v}{R \bar{T}}; \quad \bar{\rho}_g^s = \frac{(P_0 - P_v^s) M_a}{R \bar{T}} + \bar{\rho}_v^s.$$

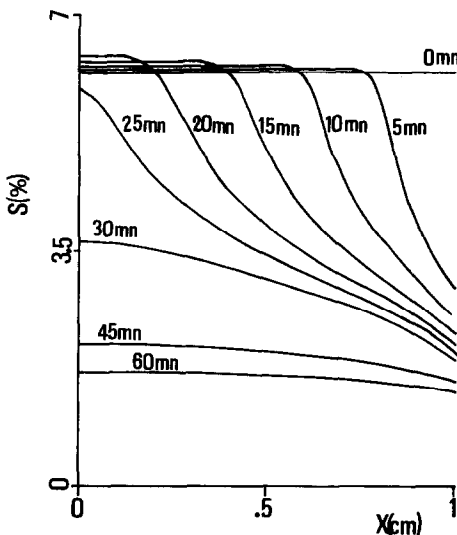


FIG. 5. Profil de la saturation en eau en fonction de l'abscisse et du temps.

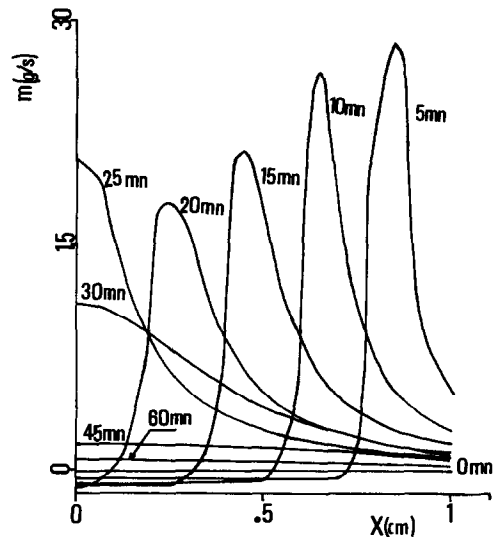


FIG. 7. Taux d'évaporation en fonction de l'abscisse et du temps.

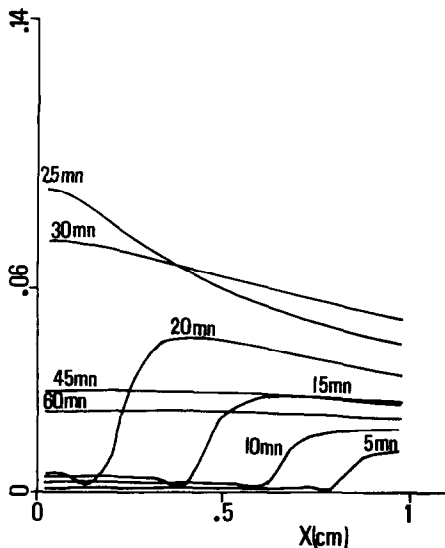


FIG. 8. Valeur absolue du rapport des flux de chaleur par convection et par conduction en fonction de l'abscisse et du temps.

Sur la face imperméable ( $x = 0$ ) les conditions aux limites deviennent :

$$\bar{\rho}_v \bar{v}_v^* = 0; \quad \lambda_{\text{eff}} \frac{\partial T}{\partial x} = 0.$$

Sur la face perméable ( $x = L$ ) on obtient :

$$\bar{\rho}_v \bar{v}_v^* = \alpha \left[ \frac{\bar{\rho}_v}{\bar{\rho}_g} - \left( \frac{\rho_v}{\rho_g} \right)_\infty \right]$$

$$\lambda_{\text{eff}} \frac{\partial T}{\partial x} = h(T - T_\infty).$$

La résolution numérique montre que les écarts entre les solutions du nouveau système d'équations et celles du

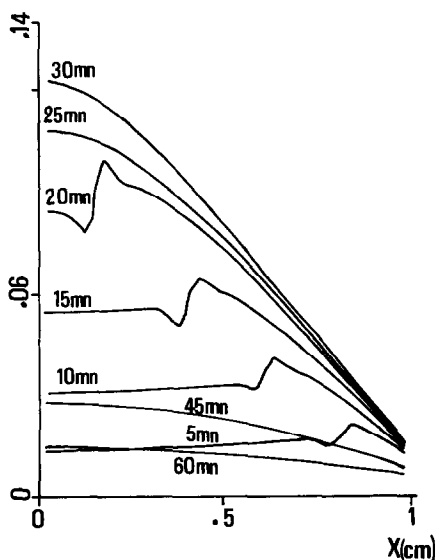


FIG. 9. Valeur absolue du rapport des flux de la vapeur par convection et par diffusion en fonction de l'abscisse et du temps.

système complet vont jusqu'à 4% pour la teneur en liquide. Pour la température les écarts restent faibles (<1%).

Dans ce cas, la vitesse du mélange gazeux est nulle, ce qui entraîne que le flux de la vapeur  $\bar{\rho}_v \bar{v}_v^*$  est celui de l'air  $\bar{\rho}_a \bar{v}_a^*$  sont du même ordre de grandeur. Or dans beaucoup de cas [3, 15] le flux de l'air est petit devant celui de la vapeur. Il paraît donc préférable de supposer uniquement que la vitesse de l'air est nulle. Le système d'équations résultant se déduit donc du système précédent en exprimant le flux de la vapeur par rapport à un repère fixe :

$$\bar{\rho}_v \bar{v}_v^* = \frac{\bar{\rho}_g^*}{\left(1 - \frac{\bar{\rho}_v}{\bar{\rho}_g}\right)} D_{\text{eff}} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\bar{\rho}_v}{\bar{\rho}_g} \right),$$

$\bar{\rho}_g^*$  est déduit en supposant la pression totale du mélange gazeux constante. La résolution numérique du système d'équations montre que les écarts avec les solutions du système complet diminuent et ne dépassent plus 1%.

## V. CONCLUSION

Dans le cas du séchage d'une tranche d'un milieu poreux (type brique) contenant une faible teneur en eau, adiabatique et imperméable sur une face, il a été mis en évidence l'existence d'un phénomène de condensation interne. Ce phénomène, défavorable à l'extraction de l'humidité, peut devenir important dans certaines conditions.

Les résultats obtenus montrent l'importance des transports convectifs par rapport aux transports diffusifs. Dans le cas, du séchage à la pression atmosphérique et à des températures inférieures à 90°C, de bonnes approximations des solutions sont obtenues en négligeant la vitesse de l'air sec et les termes de convection thermiques.

## REFERENCES

1. S. Whitaker, Simultaneous heat mass and momentum transfer in porous media: a theory of drying, *Advance in Heat Transfer*, Vol. 13, pp. 119-203. Academic Press, New York (1977).
2. S. Whitaker, Toward a diffusion theory of drying, *Ind. Engng Chem. Fund.* **16**, 408-414 (1977).
3. S. Whitaker, Heat and mass transfer in granular porous media, *Advance in Drying*, Vol. 1, pp. 23-61. Hemisphere, New York (1980).
4. C. M. Marle, On macroscopic equations governing multiphase flow with diffusion and chemical reaction in porous media, *Ind. J. Engng Sci.* **20**, 643-662 (1982).
5. S. Bories, G. Bacon and M. Recan, Experimental and numerical study of coupled heat and mass transfer in porous materials, *Proc. 4th Int. Drying Symp., Kyoto* **1**, 159-164 (1984).
6. C. Moyne and A. Degiovanni, Importance of gaz phase momentum equation in drying above the boiling of water, *Proc. 4th Int. Drying Symp., Kyoto* **1**, 119-126 (1984).
7. C. Basilio et M. Martin, Approche expérimentale des mécanismes de transfert au cours du séchage convectif à haute température d'un bois résineux, *Int. J. Heat Mass Transfer* **27**, 657-668 (1984).
8. T. Z. Haramathy, Simultaneous moisture and heat transfer in porous system with particular reference to drying, *Ind. Engng Chem. Fund.* **8**, 92-103 (1969).
9. C. L. D. Huang, H. H. Siang and C. H. Best, Heat and moisture transfer in concrete slab, *Int. J. Heat Mass Transfer* **22**, 257-266 (1979).
10. C. L. D. Huang, Multiphase moisture transfer in porous media subjected to temperature gradient, *Int. J. Heat Mass Transfer* **22**, 1295-1307 (1979).
11. A. E. Scheidegger, *The Physics of Flow Through Porous Media*, 3rd edn. University of Toronto Press (1974).

12. L. D. Baver, W. H. Gardner and W. R. Gardner, *Soil Physics*, 4th edn. Wiley, New York (1972).
13. W. D. Kingery, H. K. Bower and D. R. Uhlman, *Introduction to Ceramics*, 2nd edn. Wiley-Interscience, New York (1976).
14. S. Ben Nasrallah, G. Arnaud et A. Trad, Evaporation en convection naturelle sur une plaque verticale chauffée à flux variable, *J. Appl. Math. Phys. (ZAMP)* **36**, 105–119 (1985).
15. S. Whitaker, Moisture transport mechanisms during the drying of granular porous media, *Proc. 4th Int. Drying Symp., Kyoto* **1**, 31–42 (1984).
16. S. V. Patankar, *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*. Hemisphere, McGraw-Hill, New York (1980).